

Paris

**Session :** Janvier 2023

**Année d'étude :** M1

**Discipline :** Contrôle Optimal  
Eco-Gestion  
(Unités d'Enseignements Fondamentaux 1)

**Titulaire(s) du cours :** Jean Mercenier

**Durée de l'épreuve :** 1h30

**Document(s) autorisé(s) :** NON

Considérons le problème suivant du consommateur/investisseur représentatif d'une économie sans Etat :

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{\{I(t)\}_0^\infty} \int_0^\infty e^{-\rho t} U(c(t)) dt \\ & \text{s.c. } f(k(t)) = c(t) + I(t) \\ & \frac{dk(t)}{dt} = I(t) - \delta k(t) \\ & k(0) = k_0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} k(t) = 0. \end{aligned}$$

Les fonctions  $U(\cdot)$  et  $f(\cdot)$  sont strictement concaves et l'état initial est stationnaire; on supposera de surcroît que  $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$  et  $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ .

1. Ecrire les conditions d'optimalité.
2. Construire le diagramme de phase dans l'espace  $(c, k)$ . Supposons un choc positif surprise sur le taux d'escompte psychologique. Montrer à partir du diagramme de phase l'ajustement de l'économie suite à ce choc.
2. Construire le diagramme de phase dans l'espace  $(\phi, k)$ . Supposons un choc positif anticipé sur le taux d'escompte psychologique. Montrer à partir du diagramme de phase l'ajustement de l'économie suite à ce choc.

Attention : les diagrammes de phases doivent être clairs et précis, sinon ils seront évalués comme erronés.